

Вступительная работа по математике

1. Найдите правильную дробь, которая увеличится в 3 раза, если ее числитель возвести в куб и одновременно к знаменателю прибавить число 3.
2. Могут ли две биссектрисы треугольника быть взаимно перпендикулярными?
3. Первая, вторая и третья цистерны одинакового объема начинают одновременно наполняться нефтью со скоростями 100, 60 и 80 литров в минуту соответственно. Сначала первая цистерна пуста, а вторая и третья – частично заполнены. Известно, что все три цистерны будут заполнены полностью одновременно. Во сколько раз первоначальное количество нефти во второй цистерне больше, чем в третьей?
4. Найдите углы треугольника, если две его стороны видны из центра описанной около него окружности под углами 20° и 30° соответственно.
5. Простое или составное число $5^{14} - 2^6 \cdot 5^7 + 2^{10}$? (Простым называется натуральное число, которое делится только на себя и на единицу.)
6. Решите уравнение $\frac{a+b-x}{c} + \frac{a+c-x}{b} + \frac{b+c-x}{a} + \frac{4}{a+b+c} = 1$, если a , b и c – положительные числа.
7. Найдите радиус окружности, вписанной в четверть единичного круга (окружность должна касаться и дуги круга, и ограничивающих четверть круга радиусов).
8. Имеется набор одинаковых правильных картонных треугольников, вершины которых занумеровали числами 1, 2, 3 так, что в каждом треугольнике все вершины имеют разные номера. Затем треугольники аккуратно сложили в стопку, совместив их вершины, и подсчитали сумму номеров вершин в каждом углу стопки. Могут ли все три суммы равняться: а) 55; б) 50?
9. Через точку K , взятую внутри окружности, проведены хорды AB и CD , причем $AK = 2$, $CK = 7$. Радиус окружности, вписанной в треугольник ADK , равен 1. Каков радиус окружности, вписанной в треугольник CBK ?
10. Решите систему уравнений $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}, \\ x = yz, \end{cases}$ если y и z – простые числа.

Внимание! Для тех, кто с 1 сентября 2016 года будет учиться
в 9 классе – задачи №№ 1–6,
в 10 классе – задачи №№ 3–8,
в 11 классе – задачи №№ 9–10.