

**Вступительный экзамен по математике
(Академия ФСБ России, 2015 год)**

1. Сравните числа $(\log_2 24 \cdot \log_2 36 - \log_2 3 \cdot \log_2 144)$ и $(\log_3 16) \cdot \log_2 27$.
Решение обоснуйте.

2. Решите неравенство
$$\frac{3}{x^2 - 2x + 1} + 2x \leq x^2 + 3.$$

3. Решите уравнение
$$\sin \frac{\pi}{x} + \cos \frac{2\pi}{x} = 1.$$

Найдите сумму решений, принадлежащих отрезку $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

4. Решите уравнение

$$3^{4x+1} - 5 \cdot 6^{2x} + 2^{4x+1} = 0.$$

5. Первый член геометрической прогрессии равен 1. Сумма квадратов её первых трёх членов в два раза больше суммы первых шести членов. Найдите знаменатель прогрессии.
6. Бассейн может наполняться через три трубы. Время наполнения бассейна трубами при одновременном включении составляет 6 часов. Если бы одна первая труба подавала воду в течении шести часов, затем была включена вторая, а ещё через три часа подключена и третья, то время наполнения бассейна (с момента включения первой трубы) составило бы 12 часов. Найдите отношение производительностей первой и третьей трубы.
7. Отношение высоты прямоугольного треугольника ABC , проведённой из вершины прямого угла, к гипотенузе равно $\frac{12}{25}$. Для треугольника ABC найдите отношение радиусов вписанной и описанной окружностей.
8. При каких значениях параметра a уравнение

$$a \cdot x + a + a^2 = 2\sqrt{x+1}$$

имеет ровно одно решение?