

## Стереометрия на ЕГЭ по математике

Здесь приведены задачи по стереометрии, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

1. (ЕГЭ, 2017) Сечением прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $\alpha$ , содержащей прямую  $BD_1$  и параллельной прямой  $AC$ , является ромб.

а) Докажите, что грань  $ABCD$  — квадрат.

б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BCC_1$ , если  $AA_1 = 6$ ,  $AB = 4$ .

$\frac{8}{9}$  балла (9)

2. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $M$  — середина ребра  $C_1 D_1$ , а точка  $K$  делит ребро  $AA_1$  в отношении  $AK : KA_1 = 1 : 3$ . Через точки  $K$  и  $M$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD$  и пересекающая диагональ  $A_1 C$  в точке  $O$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит диагональ  $A_1 C$  в отношении  $A_1 O : OC = 3 : 5$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$ , если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб.

$\frac{8}{1}$  балла (9)

3. (МИОО, 2017) В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 4$  и диагональю  $BD = 7$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 3$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

$\frac{4}{81\sqrt{2}}$  (9)

4. (МИОО, 2017) В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 8 проведена хорда  $AB$ , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр  $CD$ , перпендикулярный  $AB$ . Построено сечение  $ABNM$ , проходящее через прямую  $AB$  перпендикулярно прямой  $CD$  так, что точка  $C$  и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр  $CD$ , лежат с одной стороны от сечения.

а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.

б) Найдите объём пирамиды  $SABNM$ .

$\frac{6}{64} + 32\sqrt{3}$  (9)

5. (МИОО, 2017) Отрезок  $AB$  — диаметр верхнего основания цилиндра,  $CD$  — диаметр нижнего, причём отрезки  $AB$  и  $CD$  не лежат на параллельных прямых.

а) Докажите, что у тетраэдра  $ABCD$  скрещивающиеся рёбра попарно равны.

б) Найдите объём этого тетраэдра, если  $AC = 6$ ,  $AD = 8$ , а радиус цилиндра равен 3.

$\frac{8}{19}$  (9)

6. (МИОО, 2017) Точки  $P$  и  $Q$  — середины рёбер  $AD$  и  $CC_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $B_1 P$  и  $Q B$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку  $P$  и перпендикулярной прямой  $BQ$ , если ребро куба равно 2.

$\frac{5\sqrt{2}}{3}$  (9)

7. (МИОО, 2017) Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1 B_1 C_1$ , у которой сторона основания равна 2, а боковое ребро равно 3. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1 B_1$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (9)

8. (МИОО, 2017) В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре  $AD$  отмечена точка  $T$  так, что  $AT : TD = 2 : 1$ . Через точку  $T$  параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите площадь сечения.

$\frac{3}{20}$  (9)

9. (МИОО, 2017) На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 2 : 5$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 1 : 6$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 5$ ,  $AD = 6$ ,  $AA_1 = 14$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $AA_1 B_1$ .

$\frac{10}{6\sqrt{13}}$  (9)

10. (МИОО, 2017) В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  лежит равнобедренный ( $AB = BC$ ) треугольник  $ABC$ . Точки  $K$  и  $M$  — середины рёбер  $A_1 B_1$  и  $AC$  соответственно.

а) Докажите, что  $KM = KB$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 8$ ,  $AC = 6$  и  $AA_1 = 3$ .

$\frac{5\sqrt{8}}{11\sqrt{3}}$  (9)

11. (ЕГЭ, 2016) В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  сторона  $AB$  основания равна 12, а высота призмы равна 2. На рёбрах  $B_1 C_1$  и  $AB$  отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $PC_1 = 3$ , а  $AQ = 4$ . Плоскость  $A_1 P Q$  пересекает ребро  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $BC$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $A_1 P Q$ .

$\frac{3}{10\sqrt{3}}$  (9)

12. (ЕГЭ, 2016) На рёбрах  $CD$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 4$ , а  $B_1 Q = 3$ . Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $APQ$ .

$$\frac{81}{9\sqrt{71}} \quad (9)$$

13. (ЕГЭ, 2016) В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 16$ ,  $AA_1 = 4\sqrt{2}$ . Точка  $Q$  — середина ребра  $A_1 B_1$ , а точка  $P$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $C_1$ . Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- Найдите расстояние от точки  $A_1$  до плоскости  $APQ$ .

$$\frac{29\sqrt{2}}{38} \quad (9)$$

14. (ЕГЭ, 2016) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $AA_1 = 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины рёбер  $A_1 B_1$  и  $CC_1$  соответственно. Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $B_1 C_1$  в точке  $U$ .

- Докажите, что  $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$ .
- Найдите площадь сечения параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $APQ$ .

$$\frac{7}{8\sqrt{11}} \quad (9)$$

15. (ЕГЭ, 2016) В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона  $AB$  основания равна  $2\sqrt{3}$ , а высота  $SH$  пирамиды равна 3. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $CD$  и  $AB$  соответственно, а  $NT$  — высота пирамиды с вершиной  $N$  и основанием  $SCD$ .

- Докажите, что точка  $T$  является серединой отрезка  $SM$ .
- Найдите расстояние между прямыми  $NT$  и  $SC$ .

$$\frac{9}{15\sqrt{11}} \quad (9)$$

16. (ЕГЭ, 2016) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 8, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $4\sqrt{2}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $BK = C_1 L = 2$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

- Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .
- Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\gamma$ .

$$\frac{9}{10\sqrt{2}} \quad (9)$$

17. (ЕГЭ, 2016) В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  сторона  $AB$  основания равна 12, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $3\sqrt{6}$ . На рёбрах  $AB$  и  $B_1 C_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $AK = 2$ ,  $B_1 L = 4$ . Точка  $M$  — середина ребра  $A_1 C_1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $AC$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

- Докажите, что прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .
- Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\gamma$ .

$$\sqrt{6} \quad (9)$$

18. (ЕГЭ, 2016) В треугольной пирамиде  $ABCD$  двугранные углы при ребрах  $AD$  и  $BC$  равны,  $AB = BD = DC = AC = 5$ .

а) Докажите, что  $AD = BC$ .

б) Найдите объём пирамиды, если двугранные углы равны при рёбрах  $AD$  и  $BC$  равны  $60^\circ$ .

$\frac{8}{9\sqrt{101}}$  (9)

19. (ЕГЭ, 2016) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $4\sqrt{3}$ . На рёбрах  $AB$ ,  $A_1 D_1$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $AM = A_1 N = C_1 K = 1$ .

а) Пусть  $L$  — точка пересечения плоскости  $MNK$  с ребром  $BC$ . Докажите, что  $MNKL$  — квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MNK$ .

6 (9)

20. (МИОО, 2016) Дан прямой круговой конус с вершиной  $M$ . Осевое сечение конуса — треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине  $M$ . Образующая конуса равна  $2\sqrt{3}$ . Через точку  $M$  проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

а) Докажите, что получившийся в сечении треугольник тупоугольный.

б) Найдите площадь сечения.

$2\sqrt{2}$  (9)

21. (МИОО, 2016) В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 12 и радиусом основания 6 проведена хорда  $AB$ , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр  $CD$ , перпендикулярный  $AB$ . Построено сечение  $ABNM$ , проходящее через прямую  $AB$  перпендикулярно прямой  $CD$  так, что точка  $C$  и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр  $CD$ , лежат с одной стороны от сечения.

а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.

б) Найдите объём пирамиды  $CABNM$ .

$144 + 72\sqrt{3}$  (9)

22. (МИОО, 2016) Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1 B_1 C_1$ , все рёбра которой равны 4. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1 B_1$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

2 arcs (9)

23. (МИОО, 2016) В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 4. Через такую точку  $T$  ребра  $AD$ , что  $AT : TD = 3 : 1$ , параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите площадь сечения.

4,5 (9)

24. (МИОО, 2016) Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  с вершиной  $S$  равны 6. Основание  $O$  высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $SS_1$ ,  $M$  — середина ребра  $AS$ , точка  $L$  лежит на ребре  $BC$  так, что  $BL : LC = 1 : 2$ .

- Докажите, что сечение пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $S_1LM$  — равнобокая трапеция.
- Вычислите длину средней линии этой трапеции.

6 45 (9)

25. (МИОО, 2015) Все рёбра правильной треугольной пирамиды  $SBCD$  с вершиной  $S$  равны 9. Основание  $O$  высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $SS_1$ ,  $M$  — середина ребра  $SB$ , точка  $L$  лежит на ребре  $CD$  так, что  $CL : LD = 7 : 2$ .

- Докажите, что сечение пирамиды  $SBCD$  плоскостью  $S_1LM$  — равнобокая трапеция.
- Вычислите длину средней линии этой трапеции.

6 575 (9)

26. (ЕГЭ, 2015) В основании четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = \sqrt{5}$  и  $BC = 2$ . Длины боковых рёбер пирамиды  $SA = \sqrt{7}$ ,  $SB = 2\sqrt{3}$ ,  $SD = \sqrt{11}$ .

- Докажите, что  $SA$  — высота пирамиды.
- Найдите угол между прямой  $SC$  и плоскостью  $ASB$ .

6 08 (9)

27. (ЕГЭ, 2015) В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  все рёбра равны 5. На рёбрах  $SA$ ,  $AB$ ,  $BC$  взяты точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  соответственно так, что  $PA = AQ = RC = 2$ .

- Докажите, что плоскость  $PQR$  перпендикулярна ребру  $SD$ .
- Найдите расстояние от вершины  $D$  до плоскости  $PQR$ .

6 7 (9)

28. (ЕГЭ, 2015) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 24, а боковое ребро  $SA$  равно 19. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .

б) Найдите площадь многоугольника, который является сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

6 01 (9)

29. (ЕГЭ, 2015) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 30, а боковое ребро  $SA$  равно 28. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .

- Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $\alpha$ .

6 8^8 (9)

**30.** (ЕГЭ, 2015) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 30, а боковое ребро  $SA$  равно 28. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка  $C$ , а основанием — сечение пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

9  
2730 (9)

**31.** (ЕГЭ, 2015) Основанием прямой четырёхугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является квадрат  $ABCD$  со стороной  $5\sqrt{2}$ , высота призмы равна  $2\sqrt{14}$ . Точка  $K$  — середина ребра  $BB_1$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $\alpha$  является равнобедренным треугольником.

б) Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью  $\alpha$ .

97 (9)

**32.** (ЕГЭ, 2015) В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 5. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 3$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1P : PB_1 = 1 : 2$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1B_1$ .

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью  $\alpha$ .

6  
1075 (9)

**33.** (МИОО, 2015) На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1E : EA = 5 : 3$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1F : FB = 5 : 11$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1C_1$ . Известно, что  $AB = 6\sqrt{2}$ ,  $AD = 10$ ,  $AA_1 = 16$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $EFT$ .

9  
276 (9)

**34.** (МИОО, 2015) На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1E : EA = 3 : 4$ . Точка  $T$  — середина ребра  $B_1C_1$ . Известно, что  $AB = 9$ ,  $AD = 6$ ,  $AA_1 = 14$ .

а) В каком отношении плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$ ?

б) Найдите угол между плоскостью  $ETD_1$  и плоскостью  $AA_1B_1$ .

3 : 11 ; 3  
01 (9)

**35.** (МИОО, 2015) На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1E = 6EA$ . Точка  $T$  — середина ребра  $B_1C_1$ . Известно, что  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 14$ .

а) Докажите, что плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 4 : 3.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $ETD_1$ .

06 (9)

36. (МИОО, 2015) В основании правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка  $N$  — середина ребра  $A_1C_1$ .

- а) Постройте сечение призмы плоскостью  $BAN$ .  
 б) Найдите периметр этого сечения.

61 (9)

37. (ЕГЭ, 2014) В правильной треугольной пирамиде  $MABC$  стороны основания  $ABC$  равны 6, а боковые рёбра равны 8. На ребре  $AC$  находится точка  $D$ , на ребре  $AB$  находится точка  $E$ , а на ребре  $AM$  — точка  $L$ . Известно, что  $CD = BE = LM = 2$ . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $D$  и  $L$ .

2√30

38. (ЕГЭ, 2014) В треугольной пирамиде  $MABC$  основанием является правильный треугольник  $ABC$ , ребро  $MB$  перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 3, а ребро  $MA$  равно 6. На ребре  $AC$  находится точка  $D$ , на ребре  $AB$  находится точка  $E$ , а на ребре  $AM$  — точка  $L$ . Известно, что  $AD = AL = 2$  и  $BE = 1$ . Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $D$  и  $L$ .

arctg 2

39. (ЕГЭ, 2014) В треугольной пирамиде  $MABC$  основанием является правильный треугольник  $ABC$ , ребро  $MA$  перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 3, а ребро  $MB$  равно 5. На ребре  $AC$  находится точка  $D$ , на ребре  $AB$  находится точка  $E$ , а на ребре  $AM$  — точка  $L$ . Известно, что  $AD = 2$  и  $BE = ML = 1$ . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $D$  и  $L$ .

2√3

40. (ЕГЭ, 2014) Высота цилиндра равна 3. Равнобедренный треугольник  $ABC$  с боковой стороной 10 углом  $\angle A = 120^\circ$  расположен так, что его вершина  $A$  лежит на окружности нижнего основания цилиндра, а вершины  $B$  и  $C$  — на окружности верхнего основания. Найдите угол между плоскостью  $ABC$  и плоскостью основания цилиндра.

arcsin 5/3

41. (ЕГЭ, 2014) В правильной треугольной пирамиде  $MABC$  с вершиной  $M$  сторона основания  $AB$  равна 6. На ребре  $AB$  отмечена точка  $K$  так, что  $AK : KB = 5 : 1$ . Сечение  $MKC$  является равнобедренным треугольником с основанием  $MK$ . Найдите угол между боковыми гранями пирамиды.

2 arctg √682/44

42. (ЕГЭ, 2014) Косинус угла между боковой гранью и основанием правильной треугольной пирамиды равен  $\sqrt{3}/4$ . Найдите угол между боковыми гранями этой пирамиды.

arccos 7/32

43. (ЕГЭ, 2014) Радиус основания конуса с вершиной  $P$  равен 6, а длина его образующей равна 9. На окружности основания конуса выбраны точки  $A$  и  $B$ , делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как 1 : 3. Найдите площадь сечения конуса плоскостью  $ABP$ .

$$\frac{71}{6}$$

44. (МИОО, 2014) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  боковое ребро равно 5, а сторона основания равна 6. Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $SBC$ .

$$\frac{7}{6\sqrt{3}}$$

45. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2014) Отрезок  $AC$  — диаметр основания конуса, отрезок  $AP$  — образующая этого конуса и  $AP = AC$ . Хорда основания  $BC$  составляет с прямой  $AC$  угол  $60^\circ$ . Через  $AP$  проведено сечение конуса плоскостью, параллельной прямой  $BC$ . Найдите расстояние от центра основания конуса  $O$  до плоскости сечения, если радиус основания конуса равен 1.

$$\frac{9}{91\sqrt{2}}$$

46. (МИОО, 2014) Высота  $SO$  правильной треугольной пирамиды  $SABC$  составляет  $\frac{5}{7}$  от высоты  $SM$  боковой грани  $SAB$ . Найдите угол между плоскостью основания пирамиды и её боковым ребром.

$$\frac{9\sqrt{5}}{5} \arctg \frac{5}{9}$$

47. (МИОО, 2014) Дана правильная четырёхугольная пирамида  $MABCD$ , рёбра основания которой равны  $5\sqrt{2}$ . Тангенс угла между прямыми  $DM$  и  $AL$  равен  $\sqrt{2}$ ,  $L$  — середина ребра  $MB$ . Найдите высоту данной пирамиды.

$$9$$

48. (МИОО, 2013) Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания.

$$9\sqrt{3}$$

49. (МИОО, 2013) Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра основания которой равны  $2\sqrt{7}$ . Сечение, проходящее через боковое ребро  $AA_1$  и середину  $M$  ребра  $B_1C_1$ , является квадратом. Найдите расстояние между прямыми  $A_1B$  и  $AM$ .

$$\frac{7}{9\sqrt{3}}$$

50. (МИОО, 2013) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 9$ . Точка  $O$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении 4 : 5, считая от вершины  $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $O$  и  $C_1$ .

$$18\sqrt{17}$$

51. (ЕГЭ, 2013) В правильной треугольной пирамиде  $MABC$  с вершиной  $M$  высота равна 3, а боковые рёбра равны 6. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон  $AB$  и  $AC$  параллельно прямой  $MA$ .

$\frac{7}{2}$

52. (ЕГЭ, 2013) В правильную шестиугольную пирамиду, боковое ребро которой равно  $\sqrt{5}$ , а высота равна 1, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.) Найдите площадь этой сферы.

$\pi(3\sqrt{5}-2)$

53. (ЕГЭ, 2013) Радиус основания конуса равен 8, а его высота равна 15. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 14. Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

$\frac{4}{5}$

54. (ЕГЭ, 2013) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1 = 1$ . Точка  $F$  принадлежит ребру  $C_1 D_1$  и делит его в отношении 2 : 1, считая от вершины  $C_1$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $C$  и  $F$ .

$2\sqrt{17}$

55. (ЕГЭ, 2013) В правильной четырёхугольной пирамиде  $MABCD$  с вершиной  $M$  стороны основания равны 3, а боковые рёбра равны 8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $B$  и середину ребра  $MD$  параллельно прямой  $AC$ .

$2\sqrt{5}$

56. (ЕГЭ, 2013) Две параллельные плоскости, расстояние между которыми равно 2, пересекают шар. Одна из плоскостей проходит через центр шара. Отношение площадей сечений шара этими плоскостями равно 0,84. Найдите радиус шара.

5

57. (ЕГЭ, 2013) Плоскость  $\alpha$  пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 7. Плоскость  $\beta$ , параллельная плоскости  $\alpha$ , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью  $\alpha$ .

12

58. (МИОО, 2013) Правильные треугольники  $ABC$  и  $BCM$  лежат в перпендикулярных плоскостях,  $BC = 8$ . Точка  $P$  — середина  $CM$ , а точка  $T$  делит отрезок  $BM$  так, что  $BT : TM = 1 : 3$ . Вычислите объём пирамиды  $MPTA$ .

42

59. (МИОО, 2013) В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  боковое ребро равно  $8\sqrt{3}$ , а ребро основания равно 1. Точка  $D$  — середина ребра  $BB_1$ . Найдите объём пятигранника  $ABCA_1D$ .

3

60. (ФЦТ, 2013) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  проведено сечение через середины рёбер  $AB$  и  $BC$  и вершину  $S$ . Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 7, а сторона основания равна 8.

$6\sqrt{2}$

61. (МИОО, 2013) В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $S$  — вершина. Точка  $M$  — середина ребра  $SA$ , точка  $K$  — середина ребра  $SC$ . Найдите угол между плоскостями  $BMK$  и  $ABC$ , если  $AB = 10$ ,  $SC = 8$ .

$\frac{01}{2}\sqrt{3}$

62. (МИОО, 2013) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  сторона основания равна 8, а угол  $ASB$  равен  $36^\circ$ . На ребре  $SC$  взята точка  $M$  так, что  $AM$  — биссектриса угла  $SAC$ . Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки  $A$ ,  $M$  и  $B$ .

$\frac{8}{9}$

63. (МИОО, 2012) В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  стороны основания равны 8, а боковые рёбра равны  $\sqrt{13}$ . Изобразите сечение, проходящее через вершины  $A$ ,  $C$  и середину ребра  $A_1B_1$ . Найдите его площадь.

03

64. (МИОО, 2012) В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с основанием  $ABCD$  проведено сечение через середины рёбер  $AB$  и  $BC$  и вершину  $S$ . Найдите площадь этого сечения, если все рёбра пирамиды равны 8.

$\frac{9}{8}$

65. (ЕГЭ, 2012) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = 2$ ,  $AD = AA_1 = 1$ . Найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $ABC_1$ .

$\frac{01}{1}\sqrt{2}$

66. (ЕГЭ, 2012) В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  стороны основания равны 2, боковые рёбра равны 3, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите расстояние от вершины  $C$  до плоскости  $ADB_1$ .

$\frac{81}{8}$

67. (ЕГЭ, 2012) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 2, а боковые рёбра равны 5. На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE : EA_1 = 3 : 2$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BED_1$ .

$\frac{7}{81}\sqrt{2}$

68. (ЕГЭ, 2012) Точка  $E$  — середина ребра  $AA_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите площадь сечения куба плоскостью  $C_1 DE$ , если рёбра куба равны 2.

$\frac{2}{6}$

69. (ЕГЭ, 2012) На ребре  $CC_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $CE : EC_1 = 1 : 2$ . Найдите угол между прямыми  $BE$  и  $AC_1$ .

$\frac{51}{08} \wedge \frac{2}{08} \text{ сооде}$

70. (ЕГЭ, 2012) Точка  $E$  — середина ребра  $DD_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите угол между прямыми  $CE$  и  $AC_1$ .

$\frac{51}{1} \wedge \text{ сооде}$

71. (Репетиционный ЕГЭ, 2012) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  со стороной основания 4 и высотой 7 на ребре  $AA_1$  взята точка  $M$  так, что  $AM = 2$ . На ребре  $BB_1$  взята точка  $K$  так, что  $B_1 K = 2$ . Найдите угол между плоскостью  $D_1 MK$  и плоскостью  $CC_1 D_1$ .

$\frac{45}{0}$

72. (Репетиционный ЕГЭ, 2012) Основанием прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ , сторона которого равна  $4\sqrt{3}$ , а угол  $BAD$  равен  $60^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $C_1 D_1$ , если известно, что боковое ребро данного параллелепипеда равно 8.

$\frac{01}{0}$

73. (ФЦТ, 2012) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = 2$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$  и точка  $E$  — середина ребра  $AB$ . Найдите угол между прямыми  $A_1 C_1$  и  $B_1 E$ .

$\frac{05}{1} \wedge \text{ сооде}$

74. (Юг, пробный ЕГЭ, 2012) В пирамиде  $DABC$  известны длины рёбер:  $AB = AC = DB = DC = 13$  см,  $DA = 6$  см,  $BC = 24$  см. Найдите расстояние между прямыми  $DA$  и  $BC$ .

$\frac{4}{\text{см}}$

75. (МИОО, 2012) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  — вершина. Точка  $M$  — середина ребра  $SA$ , точка  $K$  — середина ребра  $SB$ . Найдите угол между плоскостями  $CMK$  и  $ABC$ , если  $SC = 6$ ,  $AB = 4$ .

$\frac{5}{23} \wedge \text{ сооде}$

76. (МИОО, 2012) Дана правильная четырёхугольная пирамида  $SABCD$ . Боковое ребро  $SA = \sqrt{5}$ , сторона основания равна 2. Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $ADM$ , где  $M$  — середина ребра  $SC$ .

$\frac{1}{0}$

77. (МИОО, 2011) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна  $\sqrt{2}$ , а высота равна 1.  $M$  — середина ребра  $AA_1$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до плоскости  $DA_1 C_1$ .

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

78. (МИОО, 2011) Основанием прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$ ,  $AB = AC = 5$ ,  $BC = 8$ . Высота призмы равна 3. Найдите угол между прямой  $A_1 B$  и плоскостью  $BCC_1$ .

$\arcsin \frac{3}{5}$

79. (МИОО, 2011) Основание прямой четырёхугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = 5$ . Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $AD$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , если расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 13.

$45^\circ$

80. (ЕГЭ, 2011) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $BDD_1$ .

$\arcsin \frac{3\sqrt{5}}{10}$

81. (ЕГЭ, 2011) В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$ , все рёбра которой равны 1, точка  $E$  — середина ребра  $SB$ . Найдите угол между прямой  $CE$  и плоскостью  $SBD$ .

$\arcsin \frac{2}{3}$

82. (ЕГЭ, 2011) В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ , все рёбра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$ .

$\frac{2}{\sqrt{3}}$

83. (ЕГЭ, 2011) В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $D_1 E_1$ .

$\frac{2}{\sqrt{16}}$

84. (ЕГЭ, 2011) В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , стороны основания которой равны 4, а боковые рёбра равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $F_1 E_1$ .

2

85. (ЕГЭ, 2011) В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите угол между прямыми  $AC$  и  $BC_1$ .

$\arcsin \frac{3\sqrt{5}}{10}$

86. (Репетиционный ЕГЭ, 2011) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 12. Найдите расстояние от центра основания до боковой грани, если двугранный угол при ребре основания равен  $\pi/3$ .

⊠

87. (Репетиционный ЕГЭ, 2011) Длины всех рёбер правильной четырёхугольной пирамиды  $PABCD$  с вершиной  $P$  равны между собой. Найдите угол между прямой  $BM$  и плоскостью  $BDP$ , если точка  $M$  — середина бокового ребра пирамиды  $AP$ .

$\frac{\sqrt{2}}{3} \arctg 2$

88. (МИОО, 2011) Основанием прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ , у которого  $AB = 10$ ,  $BD = 12$ . Высота призмы равна 6. Найдите расстояние от центра грани  $A_1 B_1 C_1 D_1$  до плоскости  $BDC_1$ .

$\frac{5}{4\sqrt{2}}$

89. (МИОО, 2011) В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  лежит равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AB$ , равной  $2\sqrt{10}$ ; высота призмы равна  $2\sqrt{5}$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $BCM$ , где  $M$  — середина ребра  $A_1 C_1$ .

2

90. (МИОО, 2011) Длина ребра куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равна 1. Найдите расстояние от вершины  $B$  до плоскости  $ACD_1$ .

$\frac{\sqrt{3}}{3}$

91. (МИОО, 2011) Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 1. Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $A_1 BT$ , где  $T$  — середина ребра  $AD$ .

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

92. (МИОО, 2011) Дан правильный тетраэдр  $MABC$  с ребром 1. Найдите расстояние между прямыми  $AL$  и  $MO$ , где  $L$  — середина ребра  $MC$ ,  $O$  — центр грани  $ABC$ .

$\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}$

93. (МИОО, 2010) Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка  $BC_1$  до плоскости  $AB_1 D_1$ .

$\frac{\sqrt{3}}{3}$

94. (МИОО, 2010) В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между плоскостями  $AB_1 D_1$  и  $ACD_1$ .

$\frac{\sqrt{3}}{3} \arccos \frac{1}{3}$

95. (МИОО, 2010) В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  известны рёбра:  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $BB_1 = 6$ . Точка  $M$  — середина ребра  $B_1 C_1$ , а точка  $T$  — середина  $A_1 M$ . Найдите угол между плоскостью  $BCT$  и прямой  $AT$ .

$\frac{2}{3} \arctg \frac{8}{3}$

96. (МИОО, 2010) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AA_1 = 3$ ,  $AD = 8$ ,  $AB = 6$ , найдите угол между плоскостью  $ADD_1$  и прямой  $EF$ , проходящей через середины рёбер  $AB$  и  $B_1 C_1$ .

$\frac{5}{8}$  град

97. (МИОО, 2010) Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $8\sqrt{6}$ . Найдите расстояние от середины ребра  $B_1 C_1$  до прямой  $MT$ , где точки  $M$  и  $T$  — середины рёбер  $CD$  и  $A_1 B_1$  соответственно.

21

98. (ЕГЭ, 2010) Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите тангенс угла между плоскостями  $AB_1 C$  и  $DCC_1$ .

$\frac{7}{8}$

99. (ЕГЭ, 2010) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  известны рёбра:  $AB = 6\sqrt{3}$ ,  $SC = 10$ . Точка  $N$  — середина ребра  $BC$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой  $AT$ , где  $T$  — середина отрезка  $SN$ .

$\frac{91}{8}$  град

100. (ЕГЭ, 2010) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 8$ ,  $AD = 6$ ,  $CC_1 = 6$ . Найдите угол между плоскостями  $CD_1 B_1$  и  $AD_1 B_1$ .

$\frac{17}{6}$  град

101. (ЕГЭ, 2010) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 8$ ,  $AD = 6$ ,  $CC_1 = 5$ . Найдите угол между плоскостями  $BDD_1$  и  $AD_1 B_1$ .

$\frac{72}{17}$  град

102. (ЕГЭ, 2010) В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  известны рёбра:  $AB = 8\sqrt{3}$ ,  $SC = 17$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины рёбер  $AS$  и  $BC$ .

$\frac{91}{91}$  град

103. (ЕГЭ, 2010) В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  сторона основания равна 7, а высота равна 1. Найдите угол между прямой  $F_1 B_1$  и плоскостью  $AF_1 C_1$ .

$\frac{191}{1}$  град

104. (МИОО, 2010) В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все рёбра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $F_1 E_1$ .

2

105. (МИОО, 2010) В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$ , стороны основания которой равны 1, а боковые рёбра равны 2, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $SA$ .

$\frac{7}{6\sqrt{3}}$

106. (МИОО, 2010) В тетраэдре  $ABCD$ , все рёбра которого равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой, проходящей через точку  $B$  и середину  $E$  ребра  $CD$ .

$$\frac{\sqrt{3}}{9}$$

107. (Репетиционный ЕГЭ, 2010) В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с основанием  $ABCD$  сторона основания равна  $3\sqrt{2}$ , а боковое ребро равно 5. Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ASM$ , где точка  $M$  делит ребро  $BS$  так, что  $BM : MS = 2 : 1$ .

$$\frac{\sqrt{2}}{8} \arctan 2$$

108. (МИОО, 2010) В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания равна 1, а боковое ребро равно  $\sqrt{3}/2$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $SA$ .

$$\frac{\sqrt{2}}{6}$$

109. (МИОО, 2010) В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $BD_1$ .

$$\frac{\sqrt{2}}{9}$$

110. (МИОО, 2010) В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  высота равна 2, сторона основания равна 1. Найдите расстояние от точки  $B_1$  до прямой  $AC_1$ .

$$\frac{01}{96}$$

111. (МИОО, 2010) Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  равна 8. Высота этой призмы равна 6. Найдите угол между прямыми  $CA_1$  и  $AB_1$ .

$$\frac{92}{1} \arccos$$

112. (МИОО, 2010) В основании прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  лежит равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AB$ , равной  $8\sqrt{2}$ . Высота призмы равна 6. Найдите угол между прямыми  $AC_1$  и  $CB_1$ .

$$\frac{92}{6} \arccos$$

113. (МИОО, 2009) В основании прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$ , у которого угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AC = 10\sqrt{3}$ . Диагональ боковой грани  $B_1C$  составляет угол  $30^\circ$  с плоскостью  $AA_1 B_1$ . Найдите высоту призмы.

$$\sqrt[3]{01}$$

114. (МИОО, 2009) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 6$ ,  $BC = 6$ ,  $CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостями  $ACD_1$  и  $A_1 B_1 C_1$ .

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

115. (МИОО, 2009) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ ,  $CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостью  $ABC$  и прямой  $EF$ , проходящей через середины рёбер  $AA_1$  и  $C_1 D_1$ .

$$\frac{01}{1}$$

**116.** (МИОО, 2009) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между плоскостью  $A_1 BC$  и прямой  $BC_1$ , если  $AA_1 = 8$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 15$ .

88  
12

**117.** (МИОО, 2009) В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все рёбра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

1  
3