

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2017 года

Вариант МА10609

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

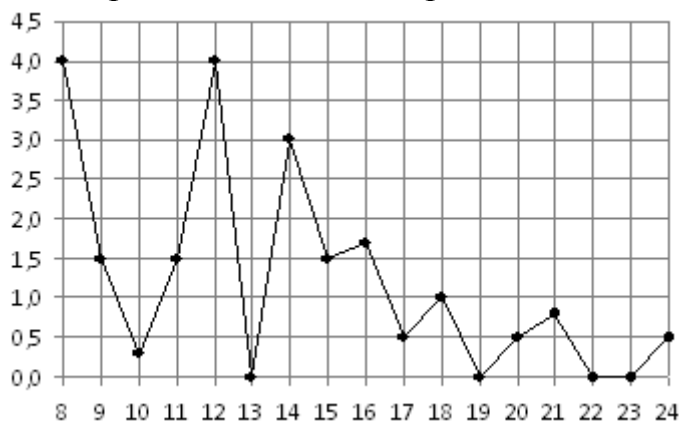
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Показания счётчика электроэнергии 1 февраля составляли 71 181 кВт·ч, а 1 марта — 71 326 кВт·ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за февраль, если 1 кВт·ч электроэнергии стоит 5 рублей 20 копеек? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

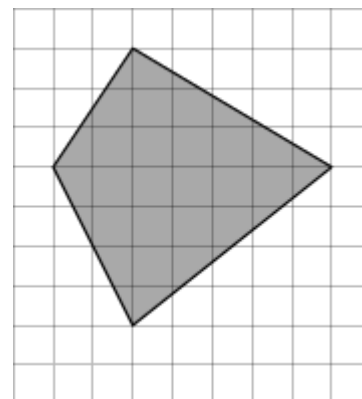
- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа за данный период впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .

Ответ: _____.



4 На конференцию приехали 6 учёных из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим окажется доклад учёного из Болгарии.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{3}{5x-30}} = \frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

6 Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 7. Высота трапеции равна 27. Найдите тангенс острого угла трапеции.

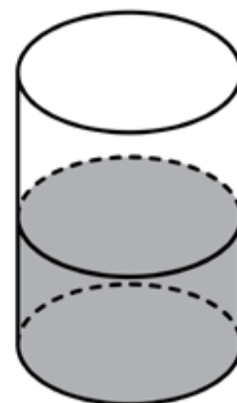
Ответ: _____.

7 Прямая $y = -3x + 8$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

8 В цилиндрический сосуд налили 2200 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 6 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в см^3 .

Ответ: _____.



Часть 2

9 Найдите значение выражения $\left(17a^{12}b^3 - (5a^4b)^3\right) : (4a^{12}b^3)$ при $a = -2,8$ и $b = 5,3$.

Ответ: _____.

10 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 600$ руб. за единицу, переменные текущие затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 400$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 600\,000$ руб. в месяц. Месячная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$, где q (единиц продукции) — месячный объём производства. Определите значение q , при котором месячная прибыль предприятия будет равна $500\,000$ руб.

Ответ: _____.

11 Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 8 + \frac{5\pi\sqrt{3}}{18} - \frac{5\sqrt{3}}{3}x - \frac{10\sqrt{3}}{3}\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

14 В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 8 проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр CD , перпендикулярный AB . Построено сечение $ABNM$, проходящее через прямую AB перпендикулярно прямой CD так, что точка C и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр CD , лежат с одной стороны от сечения.

а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.

б) Найдите объём пирамиды $CABNM$.

15 Решите неравенство $\frac{35^{|x|} - 5^{|x|} - 5 \cdot 7^{|x|} + 5}{2^{\sqrt{x+2}} + 1} \geq 0$.

16 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.

17 У фермера есть два поля, каждое площадью 8 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 350 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 2500 руб. за центнер, а свёклу — по цене 3000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(2x + a + 1 + \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 - \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

19 Возрастающие арифметические прогрессии a_1, a_2, \dots и b_1, b_2, \dots состоят из натуральных чисел.

а) Приведите пример таких прогрессий, для которых $a_1 b_1 + a_3 b_3 = 3a_2 b_2$.

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 = 3a_3 b_3$?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение $a_3 b_3$, если $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 \leq 300$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2017 года

Вариант МА10610

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

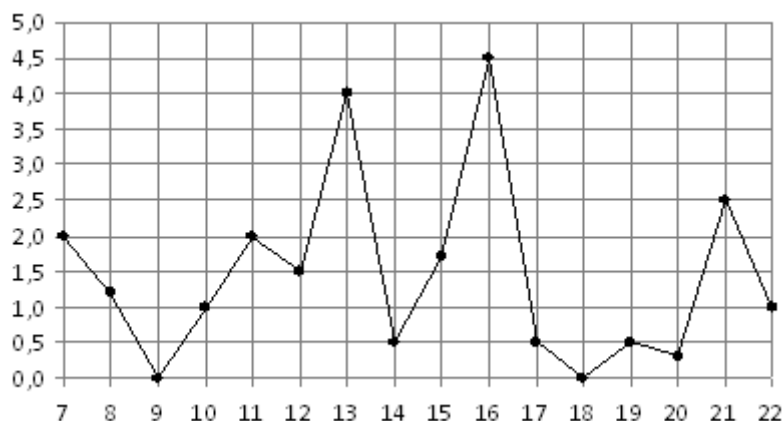
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Показания счётчика электроэнергии 1 августа составляли 43 364 кВт·ч, а 1 сентября — 43 544 кВт·ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за август, если 1 кВт·ч электроэнергии стоит 5 рублей 10 копеек? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

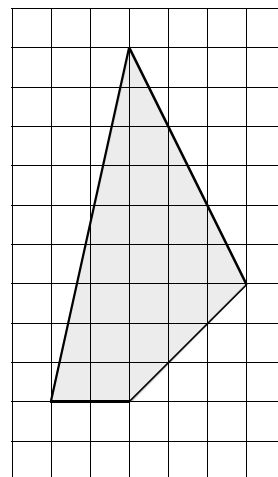
- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, в какой день за данный период впервые выпало ровно 0,5 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .

Ответ: _____.



- 4 На конференцию приехали 5 учёных из Австрии, 4 из Германии и 6 из Сербии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым окажется доклад учёного из Сербии.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{7}{4x-57}} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

- 6 Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 23. Высота трапеции равна 20. Найдите тангенс острого угла трапеции.

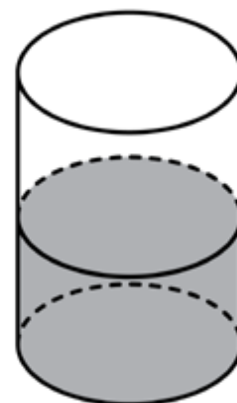
Ответ: _____.

- 7 Прямая $y = 3x + 7$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 5x + 4$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

- 8 В цилиндрический сосуд налили 1800 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 12 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 2 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в см^3 .

Ответ: _____.



Часть 2

- 9** Найдите значение выражения $\left(16a^{12} \cdot b^3 - (6a^4b)^3\right) : (10a^{12}b^3)$ при $a = -1,9$ и $b = 4,8$.

Ответ: _____.

- 10** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные текущие затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц. Месячная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$, где q (единиц продукции) — месячный объём производства. Определите значение q , при котором месячная прибыль предприятия будет равна $500\,000$ руб.

Ответ: _____.

- 11** Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 280 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 11 + \frac{7\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{7\sqrt{3}}{3}x - \frac{14\sqrt{3}}{3}\cos x$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 9 и радиусом основания 2 проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр CD , перпендикулярный AB . Построено сечение $ABNM$, проходящее через прямую AB перпендикулярно прямой CD так, что точка C и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр CD , лежат с одной стороны от сечения.

а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.

б) Найдите объём пирамиды $SABNM$.

15 Решите неравенство $\frac{3^{|x|} \cdot 2^x - 2^x - 8 \cdot 3^{|x|} + 8}{2^{\sqrt{x}} - 2} \geq 0$.

16 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что лучи BM и BD делят угол ABC на три равные части.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 6\sqrt{21}$.

17 У фермера есть два поля, каждое площадью 15 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 2000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 3000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(2x + a + 1 - \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 + \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; \pi]$.

19 Возрастающие арифметические прогрессии a_1, a_2, \dots и b_1, b_2, \dots состоят из натуральных чисел.

а) Приведите пример таких прогрессий, для которых $a_1 b_1 + 2a_3 b_3 = 4a_2 b_2$.

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $2a_1 b_1 + a_4 b_4 = 3a_2 b_2$?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение $a_2 b_2$, если $2a_1 b_1 + a_4 b_4 \leq 210$?